Председатель жюри: Овчаров Иван
Состав жюри: Туров Макар
Мизёв Андрей
Базилевич Григорий

Спонсоры олимпиады: ЛКЛ
PARMA Technologies Group

Отдельная благодарность: Шульгина Галина Михайловна

Задача A. Вовочка и теория смехотворности

Автор и разработчик: Овчаров Иван

Заметим, что условия задачи не запрещают использовать 1 в качестве смехотворности мема. Если среди исходных смехотворностей встречается 1, то любое добавляемое значение будет гарантированно на него делиться. Если же единицы среди исходных смехотворностей нет, то $x = 1$ не может будет делиться ни на одно из чисел из массива a, что удовлетворяет условию.

Задача B. Интересные тройки

Автор и разработчик: Туров Макар

Так как $a \leqslant c; b \leqslant c$, то $a + b \leqslant 2c$. Так как $a + b \vdots c$, то $a + b = c$ или $a + b = 2c$.
Если $a + b = 2c$, то $a = b = c$.

Если $a + b = c$, то $b = c - a$, т.е. $a + c \vdots c - a$, тогда $2a \vdots b$, тогда $a = b2a = b$.
Тогда, при фиксированном c ;a и b могут быть получены так:

1. $a = b = c$
2. Если $c \vdots 2$, то $a = b = \frac{c}{2}$
3. Если $c \vdots 3$, то $6a = 3b = c$

То есть, количество искомых троек равно сумме количеств $c \leqslant k$;$c \leqslant k$ и $c \vdots 2$;$c \leqslant k$ и $c \vdots 3$, то есть ответ равен $k + [\frac{k}{2}] + [\frac{k}{3}]$ ([x] это x, округлённое вниз)

Задача C. Макс хочет стать президентом

Автор: Кориненко Матвей
Разработчики: Овчаров Иван
Мизев Андрей

В этой задаче нужно рассмотреть несколько случаев:
Если в массиве один отрицательный элемент, то мы берём его в ответ.
Если в массиве нет положительных и одно отрицательное — берём 0.
Иначе есть положительные или хотя бы 2 отрицательных. Тогда, нам нужно взять в ответ все положительные и чётное количество отрицательных (так как произведение нужно максимизировать, это будут все отрицательные если их чётно и все кроме наименьшего по модулю если нечётно).

Задача D. Улитка и ветер

Автор и разработчик: Туров Макар

Давайте заметим что нам выгодно в каждый день дуть самым сильным имеющимся ветром если его действие положительно и не дуть если положительных не осталось. Тогда, можно выкинуть из массива все отрицательные ветра и отсортировать его. Потом будем считать позицию улитки в дни пока у нас остались ветра. Если в какой-то день она доходит до цели, выведем ответ, если нет — применяем самый сильный имеющийся ветер. Если после применения ветров улитка не дошла до цели, оставшиеся дни будут передвигать улитку на k, так что к текущему счётчику ответа нужно прибавить $[\frac{n-pos}{k}]$, это и будет ответом.

Задача E. Алиса и Боб и конфеты

Автор и разработчик: Туров Макар

Алисе и Бобу выгодно посетить как можно больше домов для получения большего количества конфет. Иначе говоря, друзья хотят сделать так, чтобы соперник посетил как можно меньше домов. Тогда изначально Алиса и Боб будут идти друг к другу до тех пор, пока не заблокируют друг друга. После этого они обойдут все дома до которых смогут дойти. Для нахождения вершины, где они встретятся, нам надо выписать путь из вершины f в вершину s, для этого воспользуемся обходом в глубину(dfs). А также воспользуемся данным обходом для нахождения домов, которые пройдут Алиса и Боб после встречи. Получаем ответ за O(n).

Задача F. Модный массив

Автор и разработчик: Туров Макар

Давайте придумаем конструктивное решение и докажем, что оно оптимально. В $k-1$ множество будем брать уникальные элементы, которые остались в массиве a, а в последнее множество все оставшиеся элементы. Посчитаем моду в каждом множестве и получим ответ.

Докажем, что ответ оптимальный. Пусть $cnt_{a_i} \leqslant k-1$, тогда в ответе будут учтены все вхождения числа a_i, если же $cnt_{a_i} \geqslant k$, то мы можем учесть это число в ответ не более k раз, причём $k-1$ Раз оно точно было учтено. Число a_i может быть модой во всех k множествах, только если a_i является модой массива a. Так как оно должно модой во всех k множествах. Наш алгоритм как раз добавляет в последнем множестве числа, которые являются модой в изначальном массиве. А значит достигается максимальный ответ. Что и требовалось доказать.